1.27) a) $\{[1\ 0\ 0]^T, [0\ 0\ 1]^T\} \subset col(A)$ y $\{[1\ 1]^T, [1\ 2]^T\} \subset Fil(A)$

Tomo $colA = gen\{[1\,0\,0]^T, [0\,0\,1]^T\}$

Una matriz sería: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A \in \mathbb{R}^{3\times 2}$

$Fil(A) = gen\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ (saco el $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$)

Me fijo si el conj. del enunciado $\{\underbrace{[1\,1]^T}_{\mathrm{I}}, \underbrace{[1\ 2]^T}_{\mathrm{II}}\} \subset Fil(A)$ viendo si c/componente pertenece.

I → $[1\ 1]^T = \alpha_1 . [1\ 0]^T + \alpha_2 [0\ 1]^T$

$\begin{cases} 1 = \alpha_1 \\ 1 = \alpha_2 \end{cases}$ ✓ Pertenece.

II → $[1\ 2]^T = \alpha_1 . [1\ 0]^T + \alpha_2 . [0\ 1]^T$

$\begin{cases} 1 = \alpha_1 \\ 2 = \alpha_2 \end{cases}$ ✓ Pertenece

Efectivamente pertenecen ya que $Fil(A) = \mathbb{R}^2$

~~las columnas del enunciado~~

el conj $\{[1\ 0\ 0]^T, [0\ 0\ 1]^T\}$ claramente $\subset col(A)$

Por lo tanto UNA matriz que cumple las condiciones efectivamente puede ser $\boxed{A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$

1.27) b) $\underbrace{Col(A) = gen\{[1\ 1\ 1]^T\}}_{\text{I}}$ y $\underbrace{Nul(A) = gen\{[1\ 2\ 3]^T\}}_{\text{II}}$

Por I $\rightarrow$ $rg(A) = 1 = dim(Fil(A)) = dim(Col(A))$

Por II $\rightarrow$ $dim(Nul(A)) = 1$, y también vemos que $A \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

Por lo que $\underbrace{A \in \mathbb{R}^{3\times3}}$
teniendo en
cuenta que
$Col(A) = gen\{[1\ 1\ 1]^T\}$

Entonces pruebo si cumple esto con el teorema de las dimensiones:

~~[illegible]~~ $rg(A) + dim(Nul(A)) = $ nro. columnas

$\rightarrow 1 + 1 = 3$ ABSURDO

No existe una matriz que satisfaga lo pedido.